

# Επαναληπτικές Ερωτήσεις στην Οικονομετρία Ι

Δημήτριος Θωμάκος

## 1. Υπόδειγμα Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης $y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + u_t$

### 1.1. Υπόδειγμα και υποθέσεις

- 1.1.1. Ποια είναι η μορφή του υποδείγματος της απλής γραμμικής παλινδρόμησης; Αναγνωρίστε τις μεταβλητές και τις παραμέτρους του υποδείγματος.
- 1.1.2. Εξηγήστε γιατί η υπόθεση της γραμμικότητας μπορεί να θεωρηθεί ικανοποιητική ως προσέγγιση της πραγματικής συνάρτησης που συνδέει την εξαρτημένη με την εξηγηματική μεταβλητή.
- 1.1.3. Εξηγήστε με ποιον τρόπο πηγαίνουμε από ένα οικονομικό υπόδειγμα σε ένα οικονομετρικό υπόδειγμα όπως αυτό της απλής γραμμικής παλινδρόμησης (χρησιμοποιείτε παραδείγματα για διευκόλυνση).
- 1.1.4. Ποια είναι η σημασία και ερμηνεία του όρου σφάλματος του υποδείγματος;
- 1.1.5. Ποιες είναι οι βασικές υποθέσεις που κάνουμε αναφορικά με τον όρο σφάλματος του υποδείγματος;

### 1.2. Εκτίμηση των παραμέτρων

- 1.2.1. Με ποιες μεθόδους μπορείτε να κάνετε εκτίμηση των παραμέτρων του υποδείγματος;
- 1.2.2. Υποθέστε ότι η προαιρετική υπόθεση της κανονικότητας του όρου σφάλματος του υποδείγματος ισχύει. Δείξτε ότι οι μέθοδοι εκτίμησης (α) ελαχίστων τετραγώνων, (β) μεγίστης πιθανοφάνειας και (γ) μέθοδος των ροπών δίνουν όλες ταυτόσημους εκτιμητές των παραμέτρων.
- 1.2.3. Υποθέστε ότι έχετε στην διάθεσή σας των εκτιμητή ελαχίστων τετραγώνων της παραμέτρου  $\beta_1$  και υποθέστε ότι η προαιρετική υπόθεση της κανονικότητας του όρου σφάλματος ισχύει. Εξηγήστε ποιες είναι οι προσαρμοσμένες τιμές και ποια είναι τα κατάλοιπα του υποδείγματος.

### 1.3. Ιδιότητες των εκτιμητών και επαγωγή

- 1.3.1. Σε συνέχεια της προηγούμενης ερώτησης, βρείτε την μέση τιμή και διακύμανση του εκτιμητή της παραμέτρου  $\beta_1$  και δείξτε ότι ο εκτιμητής είναι αμερόληπτος, συνεπής, αποτελεσματικός και έχει κανονική δειγματική κατανομή.

1.3.2. Εξηγήστε πως, με βάση την απάντηση στην προηγούμενη ερώτησή σας, μπορείτε να κατασκευάσετε ένα διάστημα εμπιστοσύνης για την παράμετρο  $\beta_1$ .

1.3.3. Εξηγήστε την κατασκευή και δώστε την ερμηνεία του συντελεστή προσδιορισμού του υποδείγματος.

1.3.4. Εξηγήστε πως, με βάση τις προηγούμενες απαντήσεις σας, μπορείτε να ελέγξετε την στατιστική σημαντικότητα των εκτιμήσεών σας, δηλαδή πως μπορείτε να ελέγξετε την μηδενική υπόθεση  $H_0: \beta_1 = 0$  ενάντια στην κατάλληλη εναλλακτική υπόθεση.

## 2. Υπόδειγμα Πολλαπλής Γραμμικής Παλινδρόμησης $y_t = \beta_0 + \sum_{j=1}^K \beta_j x_{tj} + u_t$

### 2.1. Υπόδειγμα και Υποθέσεις

2.1.1. Εξηγήστε ποιες πρόσθετες υποθέσεις, επιπλέον αυτών που κάνετε στο υπόδειγμα της απλής παλινδρόμησης, χρειάζεστε τώρα για το υπόδειγμα της πολλαπλής παλινδρόμησης.

2.1.2. Ποιο είναι το πρόβλημα της πολυσυγγραμμικότητας; Μπορείτε να δώσετε ένα παράδειγμα όπου έχετε πολυσυγγραμμικότητα και να αναλύσετε το πρόβλημα και την λύση του;

### 2.2. Εκτίμηση των παραμέτρων

2.2.1. Με ποιον τρόπο αλλάζει η μέθοδος εκτίμησης των παραμέτρων στο υπόδειγμα της πολλαπλής παλινδρόμησης σε σχέση με το υπόδειγμα της απλής παλινδρόμησης;

2.2.2. Δείξτε με ποιον τρόπο μπορείτε να πάρετε τους εκτιμητές ελαχίστων τετραγώνων για το διάνυσμα των παραμέτρων  $\beta = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_K)$  όταν εκφράζετε το υπόδειγμα με την μορφή πινάκων ως  $y = X\beta + u$ . Δώστε την ερμηνεία των πινάκων αυτών.

2.2.3. Δείξτε με ποιον τρόπο μπορείτε να υπολογίσετε τον πίνακα διακυμάνσεων και συνδιακυμάνσεων του εκτιμητή του διανύσματος των παραμέτρων της προηγούμενης ερώτησης

### 2.3. Επαγωγή

2.3.1. Δείξτε με ποιον τρόπο μπορείτε να ελέγξετε την στατιστική σημαντικότητα των εκτιμήσεών σας, δηλαδή πως μπορείτε να ελέγξετε την μηδενική υπόθεση  $H_0: \beta_j = 0$  ενάντια στην κατάλληλη εναλλακτική υπόθεση για κάθε  $j$ .

2.3.2. Υποθέστε τώρα ότι σας ενδιαφέρει να ελέγξετε την στατιστική σημαντικότητα όλων των παραμέτρων ταυτόχρονα, δηλαδή σας ενδιαφέρει να ελέγξετε την

υπόθεση  $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_K = 0$  ενάντια στην κατάλληλη εναλλακτική υπόθεση. Δείξτε αναλυτικά τα βήματα που θα ακολουθήσετε ώστε να κατασκευάσετε μια στατιστική ελέγχου τύπου F, εξηγώντας κάθε σας βήμα.

2.3.3. Πως μπορείτε να γενικεύσετε την στατιστική ελέγχου της προηγούμενης ερώτησης εάν θέλετε να ελέγξετε εάν  $S < K$  από τις παραμέτρους του υποδείγματος είναι ταυτόχρονα στατιστικά σημαντικές;

### 3. Διαγνωστικοί έλεγχοι καταλοίπων και έλεγχοι εξειδίκευσης

- 3.1. Ποιες από τις υποθέσεις που κάνετε σχετικά με τον όρο σφάλματος μπορούν να ελεγχθούν μέσω διαγνωστικών ελέγχων στα κατάλοιπα;
- 3.2. Δείξτε πως μπορείτε να κάνετε έλεγχο κανονικότητας στα κατάλοιπα ενός υποδείγματος.
- 3.3. Περιγράψτε την μεθοδολογία για να κάνετε ελέγχους ετεροσκεδαστικότητας στα κατάλοιπα ενός υποδείγματος. Πως συνδέονται οι έλεγχοι αυτοί με την μεθοδολογία ελέγχων με στατιστικές τύπου F;
- 3.4. Περιγράψτε την μεθοδολογία για να κάνετε ελέγχους αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα ενός υποδείγματος. Πως συνδέονται οι έλεγχοι αυτοί με την μεθοδολογία ελέγχων με στατιστικές τύπου F;
- 3.5. Περιγράψτε, χρησιμοποιώντας ίσως ένα ή περισσότερα παραδείγματα, πως μπορείτε να χρησιμοποιήσετε ψευδομεταβλητές για να κάνετε ελέγχους σταθερότητας των συντελεστών. Πως συνδέονται οι έλεγχοι αυτοί με την μεθοδολογία ελέγχων με στατιστικές τύπου F;